Методические рекомендации для подготовки к Международному конкурсу Финансового университета для молодежи по математике

1. Структура олимпиадного задания и оценивание работ

Олимпиадное задание по математике, предлагаемое на конкурсе, состоит из 8 задач. На выполнение работы даётся 90 минут.

Работа оценивается от 0 до 100 баллов в зависимости от правильности решения задач. Решение каждой задачи оценивается определённым количеством баллов, распределение которых приведено в таблице.

Номер задачи	Максимальное количество баллов
1	9
2	9
3	9
4	13
5	13
6	13
7	17
8	17
ИТОГО	100

Далее приведены общие принципы оценивания задач.

Задачи, оцениваемые в 9 баллов

Баллы	Степень правильности решения
9	Полное верное решение.
7-8	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух существенных случаев.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют или решение отсутствует

Задачи, оцениваемые в 13 баллов

Баллы	Степень правильности решения
13	Полное верное решение.
10-12	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
7-9	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.
6	Верно рассмотрен один из двух существенных случаев.
3-5	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
1-2	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют или решение отсутствует

Задачи, оцениваемые в 17 баллов

Баллы	Степень правильности решения
17	Полное верное решение.
13-16	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
9-12	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.
8	Верно рассмотрен один из двух существенных случаев.
4-7	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
1-3	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют или решение отсутствует

2. Перечень тем для подготовки к олимпиаде

Числа и вычисления. Проценты и доли.

Выражения и их преобразования.

Уравнения и неравенства.

Диафантовы уравнения.

Принцип Дирихле.

Теория множеств. Комбинаторика.
Математическая логика. Метод математической индукции.
Математические игры.
Графы.
Последовательности.
Тригонометрия.
Функции.
Планиметрия. Стереометрия. Метод координат.
Теория вероятностей.

3. Задачи для тренировки

1. Найдите наибольший корень уравнения $|x-2015|=|x-2017|$.

2. Найти сумму всех целочисленных решений неравенства $\frac{f'(x)}{g'(x)} \le \frac{3}{2}x+4$

,

где $f(x)=x^3+3x^2-7$, $g(x)=x^2-4x+8$.

3. В квадрат площадью 60 см^2 вписана окружность, в которую вписан второй квадрат, в который вписана вторая окружность, в которую вписан третий квадрат. Найдите площадь третьего квадрата.

4. В стране 30 городов, соединенных друг с другом дорогами. Из 8 городов выходят по 2 дороги, а из остальных - по 7 дорог. Сколько дорог в стране?

5. На одной из вечеринок присутствовали 11 супружеских пар. Каждый из мужчин поздоровался за руку со всеми, кроме своей жены. Женщины приветствовали друг друга без рукопожатия. Сколько было различных рукопожатий?

6. Сколько различных решений в натуральных числах имеет уравнение $x^4y^4-10x^2y^2+9=0$.

7. Средняя оценка за экзамен в двух подгруппах составляет ровно 4, средний балл в первой подгруппе равен 3,6, а средний балл во второй подгруппе – 4,2. Какое наименьшее число студентов может быть в каждой из подгрупп?

8. Найдите значение выражения $\sqrt[3]{2017^2+2017\cdot2018+2018^2+2017^3}$.

9. На координатной плоскости постройте фигуру, состоящую из точек, координаты которых удовлетворяют условию

$$||x|-2|+|y-3|\le 3.$$

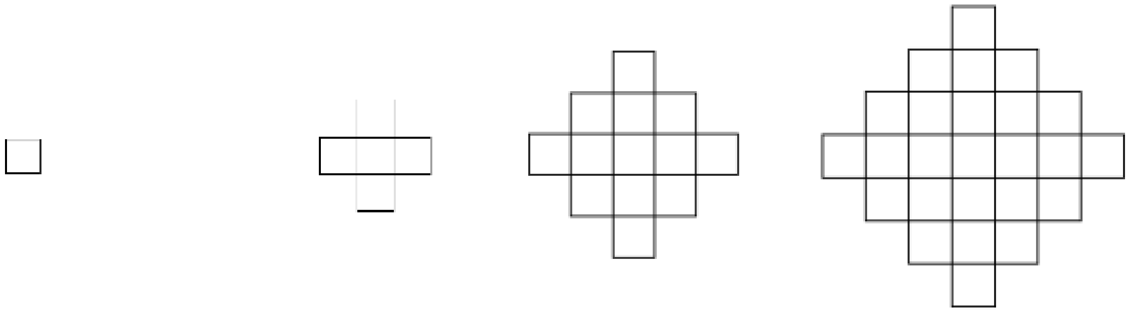
Найдите площадь полученной фигуры.

10. Две свечи одинаковой длины были зажжены ночью в одно и тоже время. Первая свеча сгорает полностью за 3 часа, а вторая – за 4 часа. В четыре часа утра обнаружилось, что длина одной из свеч в три раза больше длины второй. Определите во сколько были зажжены свечи, если они сгорают равномерно.

11. На сторонах *AB*, *BC* и *CA* треугольника *ABC* взяты точки *K*, *L* и *M* соответственно. Известно, что $AK:KB=BL:LC=CM:AM=1:7$. Найдите площадь треугольника *KLM*, если площадь треугольника *ABC* равна 64.

12. Найти сумму $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{2025}+\sqrt{2024}}$.

13. Фигуры 1, 2, 3, 4 состоят из одинаковых квадратов и имеют площади 1, 5, 13 и 25 соответственно. Продолжите последовательность фигур и определите площадь100-й фигуры.



Фигура 1 Фигура 2 Фигура 3 Фигура 4

14. Найдите остаток от деления числа $2016^{2017}-2017^{2016}$ на 11.

15. Докажите, что в ходе любого сыгранного футбольного матча был момент, когда одна из команд забила голов столько же, сколько другой осталось забить.

16. Найдите положительные значения *x*, *y* и *z*, при которых достигается наименьшее значение выражения $x^2-y^2z+\dfrac{1}{16}+\dfrac{y^8}{4x^2}+z^4$. В ответе укажите значение выражения $64x^4+6y^2-4z$.

4. Полезные ссылки для подготовки

www.problems.ru

www.mathkang.ru

zadachi.mccme.ru
artofproblemsolving.com